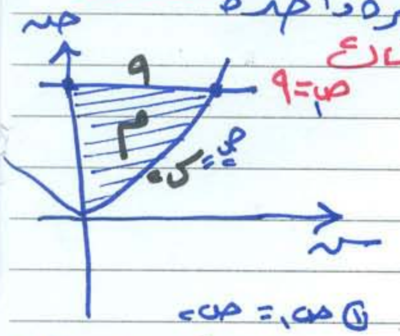
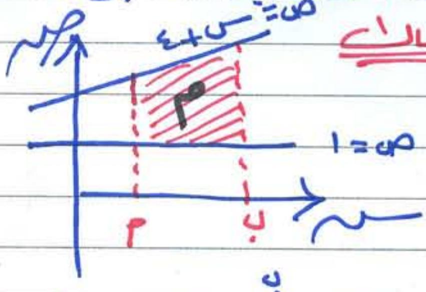
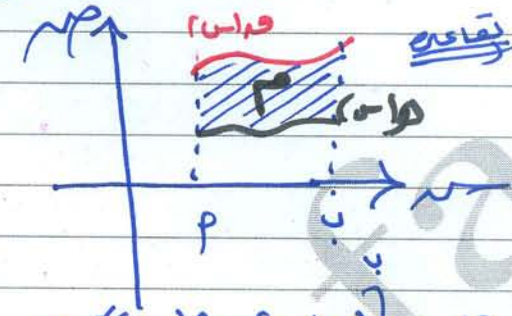
الفكرة الأساسية من دروس المساحات والحجوم

① اذا كانت المساحة المطلوبة ضمن فترة محددة، أعلاها دالة واحدة وأسفلها دالة واحدة هنا تكون التكامل بدون تجزئة ويتم مرة واحدة







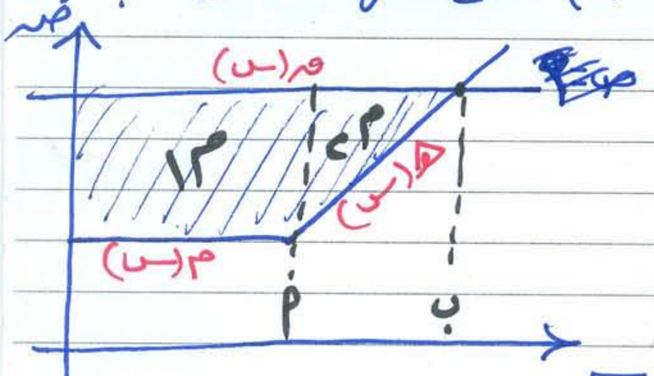
$$م = \int_{أ}^{ب} \left(ق(س) - هـ(س)\right) دس$$

$$م = \int_{أ}^{ب} \left((س+٤) - (١)\right) دس$$

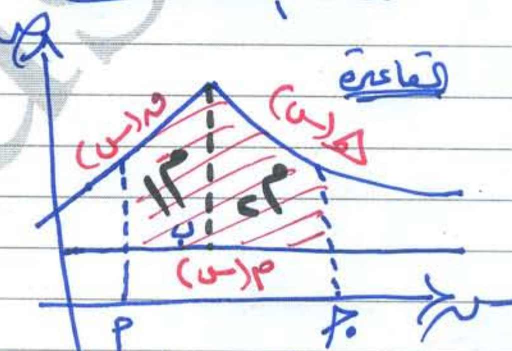
① ص١ = ص٢ ، ٩ = س² ⟸ س = ±٣

$$⟸ م = \int_{٠}^{٣} (٩ - س^{٢}) دس$$

② اذا كان أعلى المنطقة أكثر من دالة أو أسفلها أكثر من دالة يجب التجزئة عند كل نقطة تقاطع مع ايجاد قيمة نقاط التقاطع لأنها ستكون بداية حدود التكامل.



$$م = م_{١} + م_{٢}$$



- في هذه الحالة المنطقة العلوية دالة واحدة
- المنطقة السفلية دالتين يجب التجزئة عند نقاط التقاطع هـ(س) = م(س) ⟸ أ
- يجب مساواة ق(س) = هـ(س) ⟸ ب

$$م = م_{١} + م_{٢}$$

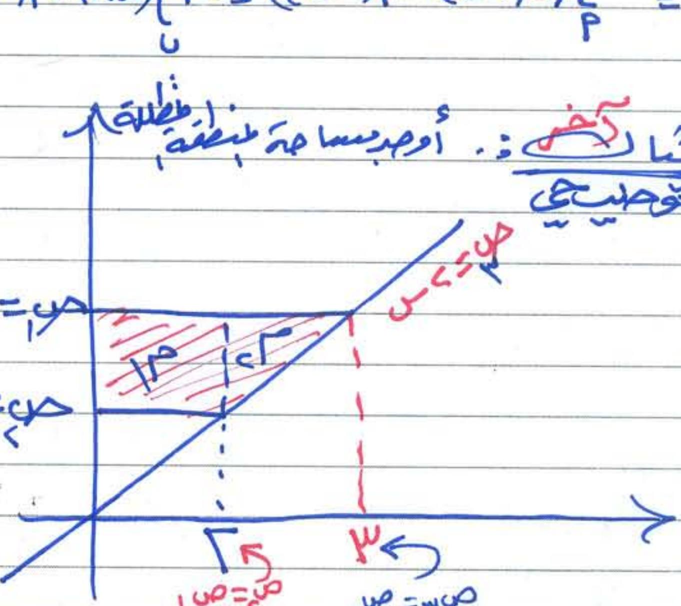
$$= \int_{أ}^{ب} \left(ق(س) - م(س)\right) دس + \int_{أ}^{ب} \left(ق(س) - هـ(س)\right) دس$$

في هذه الحالة أعلى المنطقة دالتين هما هـ(س) و ق(س) لذلك يجب ايجاد نقاط التقاطع بينهما بمساواة هـ(س) = ق(س) ⟸ س = ب وكون المنطقة السفلية دالة واحدة تكون المساحة

$$م = م_{١} + م_{٢}$$

$$م = \int_{أ}^{ب} \left(ق(س) - م(س)\right) دس + \int_{ب}^{جـ} \left(هـ(س) - م(س)\right) دس$$

مثال آخر توضيحي: أوجد مساحة المنطقة



لاحظ أن الشكل المجاور المنطقة يجب تقسيمها إلى قسمين وذلك بتجزئة الفترة إلى فترتين بالاعتماد على نقطة التقاطع بين ص٢ ، ص١ مع ص٣

ص٢ = ص٣ ⟸ ٤ = ٢س ⟸ س = ٢

وتقاطع ص١ = ص٣ ⟸ ٦ = ٢س ⟸ س = ٣

⟸ م = م١ + م٢

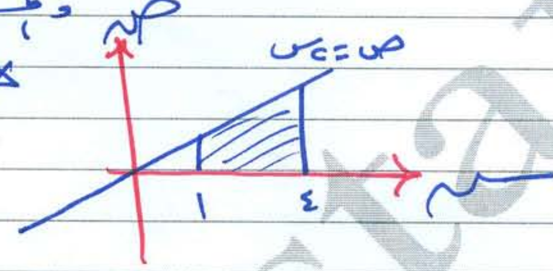
$$⟸ م = \int_{٠}^{٢} (٦ - ٤) دس + \int_{٢}^{٣} (٦ - ٢س) دس$$

إعداد : أسعد مصطفى [99137750]
E-mail : class12math@gmail.com

بالنسبة للمساحة المحصورة بين دالة واحدة ومحور السينات

* يجب ملاحظة أن محور السينات عبارة عن دالة وهي ص = ٠
وبالتالي لا يجاد تقاطع الدالة هـ(س) ومحور السينات
نساوي هـ(س) = صفر
إذاً القاعدة: إذا تم قطع محور السينات في الفترة المطلوبة فيجب تجزئة الفترة والا نكامل مرة واحدة

مثال ص = ٢س أوجد المساحة المحصورة بين ص = ٢س ومحور السينات والمستقيمات س = ١ ، س = ٤

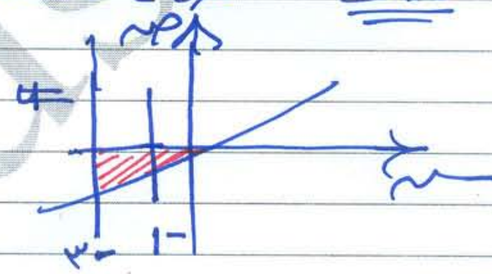


لا يوجد تجزئة ← $م = \int_{1}^{4} (٢س - ٠)\, ءس$

← $م = \int_{1}^{4} ٢س \, ءس$

مثال ص = ٢س في الفترة من س = -٣ إلى -١

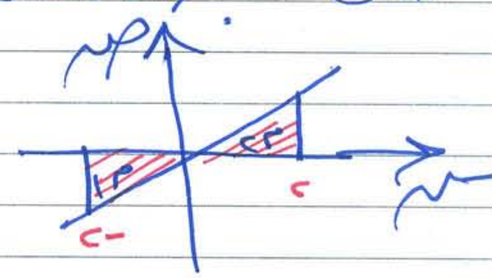
لاحظ هنا الدالة العلوية هي محور السينات ص = ٠ والدالة السفلية هي ٢س



← $م = \int_{-3}^{-1} (٠ - ٢س)\, ءس = -\int_{-3}^{-1} ٢س \, ءس$

لاحظ انني لا استخدم المطلق بسبب معرفتي الدالة العليا والسفلى في الفترة وعليه استخدام المطلق بدلاً من ذلك

مثال ص = ٢س في الفترة [-٢ ، ٢]



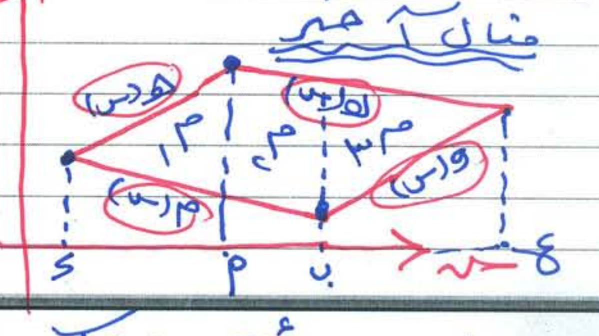
① لتحديد تقاطع الدالة مع محور السينات ٢س = ٠ ← س = ٠
ويكون س = ٠ ∈ [-٢ ، ٢] ← يجب التجزئة

← $م = م_1 + م_2$

$= \int_{-2}^{0} (٠ - ٢س)\, ءس + \int_{0}^{2} (٢س - ٠)\, ءس$

$= -\int_{-2}^{0} ٢س\, ءس + \int_{0}^{2} ٢س\, ءس$

مثال آخر



أ ← من تقاطع هـ(س) = ل(س)
ب ← من تقاطع و(س) = م(س)
ء ← من تقاطع هـ(س) = م(س)
ع ← من تقاطع ل(س) = و(س)

← $م = م_1 + م_2 + م_3$

$= \int_{ء}^{أ} (هـ(س) - م(س))\, ءس + \int_{أ}^{ب} (ل(س) - م(س))\, ءس + \int_{ب}^{ع} (ل(س) - و(س))\, ءس$

إعداد : أسعد مصطفى [99137750]
E-mail : class12math@gmail.com

أرجو ان تكون الفكرة قد وصلت