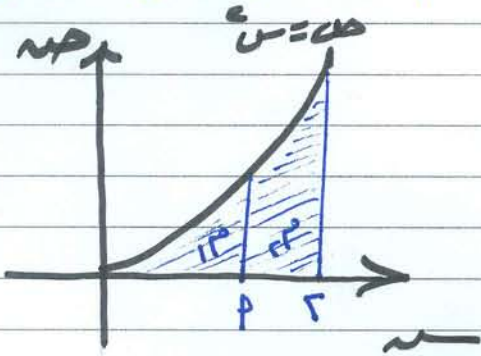


أمثلة إضافية على حسابات مهمة جداً!!!

① أوجد قيمة P حيث أن مستقيم $y = x - P$ يقسم مساحة المحصورة بين $y = x^2$ و $y = x$ في مستويين متساويين



الحل: نجد مساحة كلية P

$$P = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

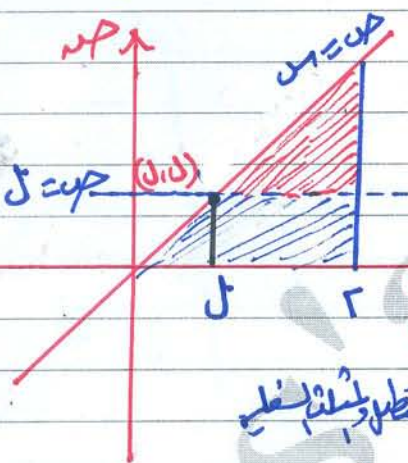
$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

لو ذكر السؤال أن المستقيم هو $y = x - P$ وتكون لافته ص $y = x - P$

② اوجد قيمة L التي تجعل مستقيم $y = x - L$ يقسم منطقة المحصورة بين $y = x^2$ و $y = x$ من $x = 0$ و $x = 1$ في منطقتين متساويتين



الحل: نلاحظ ان نقطة تقاطع $y = x^2$ و $y = x$ هي $(0,0)$ و $(1,1)$

$$P = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}$$

نصف مساحة المنطقة هي $\frac{1}{12}$ وبما ان L هو $x = L$ فيكون $y = L - L^2$ \Rightarrow $L - L^2 = \frac{1}{12}$ \Rightarrow $12L - 12L^2 = 1$ \Rightarrow $12L^2 - 12L + 1 = 0$

$$P = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 1$$

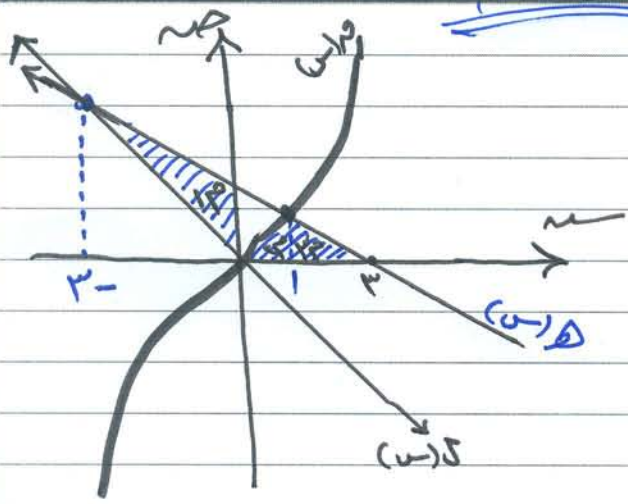
$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$$

$$L - L^2 = \frac{1}{12} \Rightarrow 12L - 12L^2 = 1 \Rightarrow 12L^2 - 12L + 1 = 0$$

$$L = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 48}}{24} = \frac{12 \pm \sqrt{96}}{24} = \frac{12 \pm 4\sqrt{6}}{24} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{6}$$

مسألة أخرى

أوجد مجموع مساحة منطقتي الظلينة
المتبينتين في الشكل أدناه حيث



عـ (أ) = $x - 2 = 3$
 هـ (ب) = $x - 3 = 2$
 د (ج) = $x - 2 = 3$

الحل :-

١) عند تقاطع (د) مع (هـ)

$x - 3 = x - 2$

$3 = 2$

٢) عند تقاطع (د) مع (ب)

$x - 3 = x - 2$

$x - 3 = x - 2 + 3$

$1 = 3$

إذاً مساحة المثلثات هي $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$

$2 = \int_0^2 (x^2 - 3x + 2) dx + \int_2^3 (x^2 - 3x + 2) dx + \int_2^3 (x^2 - 3x + 2 - (-x + 3)) dx$

$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_0^2 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_2^3 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x - \left(-\frac{x^2}{2} + 3x \right) \right]_2^3$

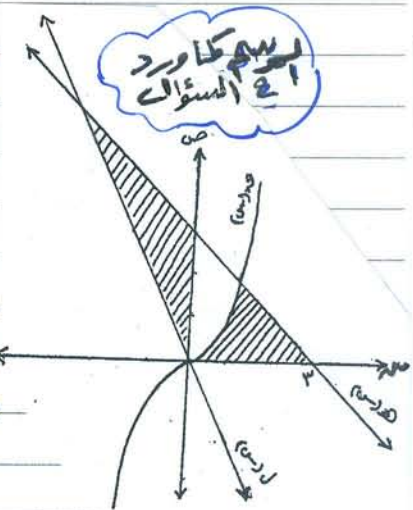
$= \left[\frac{8}{3} - \frac{9}{2} + 4 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 - \left(-\frac{9}{2} + 9 \right) \right]$

$= \left[\frac{8}{3} - \frac{9}{2} + 4 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 + \frac{9}{2} - 9 \right]$

$= \left[\frac{8}{3} - \frac{9}{2} + 4 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 \right] + \left[\frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 + \frac{9}{2} - 9 \right]$

$= \left(\frac{16}{6} - \frac{27}{6} + \frac{24}{6} \right) + \left(\frac{54}{6} - \frac{81}{6} + \frac{36}{6} \right) + \left(\frac{54}{6} - \frac{81}{6} + \frac{36}{6} + \frac{9}{2} - 9 \right)$

$= \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2} = 3.5$



(٧) وحده من مساحته

مسألة أخرى (أ) فيها نوضح كيفية إيجاد المنطقة المظللة

أوجد مساحة المنطقة المظللة بين كل من المعادلات التالية

١) $x - 2 = 3$

٢) $x - 3 = 2$

٣) $x - 2 = 3$

تبرك كثر